Скобки в математике: логико-семиотический анализ[1]

Шиян Т.А. Скобки в математике: логико-семиотический анализ // Философия. Язык. Культура. Вып. 2 / Отв. ред. Ю. В. Горбатова. СПб.: Алетейя, 2011. С. 90–104.
Сохранено с сайта: http://taras-shiyan.narod.ru.
E-mail: taras_a_shiyan@mail.ru.

Статья посвящена логико-семиотическому анализу скобок как одному из классов математических символов. В статье вводится ряд семиотических различений, необходимых для анализа и описания разных случаев употребления скобочных знаков, систематизируются основные способы употребления скобок в математике, рассматриваются такие семиотические отношения между скобочными знаками и свойства как синонимия, омонимия, полисемия.

The article deals with logical-semiotic analysis of brackets as one of the classes of mathematical symbols. It is introduced in the paper a number of semiotic distinctions requiring for analysis and descriptions of different cases of usage of bracket symbols, it is systematized the basic means of bracket usage in mathematic, it is considered such predicated as synonymy, homonymy, polysemy of bracket symbols.

Ключевые слова: *математика, история математики, математические символы, семиотика, скобки.*

Key words: *mathematics, history of mathematics, mathematical symbols, semiotics, brackets, parentheses, braces.*

1. Введение

Скобки представляют собой наиболее часто используемую и, по-видимому, семантически наиболее разветвленную группу математических знаков. Тем не менее, в логике скобки неизменно фигурируют в качестве вспомогательных, «технических» знаков. То, что в самой же логике скобки обозначают также ряд предметных функций, кванторы и пропозициональные связки, как бы не замечается.

В данной статье скобки анализируются, с одной стороны, с точки зрения некоторых принципиальных семиотических различений, а, с другой стороны, с точки зрения таких семиотических отношений и свойств как синонимия, омонимия и полисемия. Исторические аспекты приобретения скобками их значений, хоть и нуждаются в скрупулезном анализе из-за множества повторяющихся от автора к автору ошибок, останутся, в основном, за пределами данной работы. Отдельные исторические аспекты освещены в [11] и [10].

2. Семиотические различения и разновидности скобок

Обычно скобки делят по их форме на ***круглые***, ***квадратные***, ***фигурные***, ***угловые***, а также ***прямые простые***, ***прямые двойные*** и ***косые*** (сами по себе в математике не используются, но применялись в эпоху машинописи вместо отсутствовавших круглых). У большинства видов скобок есть «*левый*» и «*правый*» варианты (в случае парных скобок, левая скобка называется открывающей, а правая – закрывающей) (см. табл. 1). Все эти скобки являются ***вертикальными***. Фигурные скобки имеют также ***горизонтальные*** варианты: «***нижний***» и «***верхний***».

Таблица 1.

<table>
<tr><th>1-я группа скобок</th><th>левые</th><th>правые</th></tr>
<tr><td>круглые</td><td>(</td><td>)</td></tr>
<tr><td>квадратные</td><td>[</td><td>]</td></tr>
<tr><td>фигурные</td><td>{</td><td>}</td></tr>
<tr><td rowspan="2">угловые (треугольные)</td><td>〈</td><td>〉</td></tr>
<tr><td><</td><td>></td></tr>
<tr><td>2-я группа скобок</td><td colspan="2">л/п не различаются</td></tr>
<tr><td>прямые одинарные</td><td colspan="2">|</td></tr>
<tr><td>прямые двойные</td><td colspan="2">||</td></tr>
<tr><td>косые</td><td colspan="2">/</td></tr>
</table>

Знаки первой группы (табл. 1) трактуются как скобки сами по себе: эти скобочные знаки не используются в современных европейских системах письма как «не-скобки». Некоторое исключение представляют угловые (треугольные) скобки: с одной стороны, для этих скобок существуют специальные знаки: «〈» и «〉», с другой – используемые в этом же качестве значки «<» и «>», передают, помимо угловых скобок, знаки отношений меньше и больше. Соответственно, в некоторых вариантах печати используется один тип значков, в других – другой. Во втором случае, значки «<» и «>» могут трактоваться как «скобки», только когда они используются вместе в качестве парных скобок. Это же относится и ко всем знакам второй группы: значки «|» и «/» сами по себе не являются скобками, эта трактовка возникает только в случае их функционирования в конструкции парных скобок. Эти случаи вскрывают на очень важный, обычно не замечаемый факт: в случае ***парных*** скобок знаками являются не значки открывающей и закрывающей скобок по отдельности, а только пары (противопоставленных по признаку открытия и закрытия внутрискобочного выражения) скобок.

Уже рассмотренные случаи приводят к пониманию необходимости для дальнейшего анализа введения дополнительного понятийного аппарата. Первое очевидное различение, уже неявно подразумевавшееся выше, – между ***графическими средствами***, используемыми для выполнения той или иной функции, и тем ***смыслом*** (***значением***), который этим средствам придается, той ***ролью***, которую эти средства выполняют, и которые могут выражаться (выполняться) и другими знаковыми средствами. На этом различении, собственно, и построены понятия синонимии, омонимии и полисемии, которые обсуждаются ниже в отдельном параграфе.

Следующее семиотическое различение – между ***отдельными значками*** (***графемами***) и ***знаками***, выполняющими некоторые функции, передающими некоторые предметные и/или синтаксические значения. Понятно, что в качестве знака может использоваться как единичный значок, так и несколько значков, причем несколько значков могут идти одной группой или же быть разделены какими-либо другими знаками. Отсюда, соответственно, вытекает деление знаков (на основании их графической формы) на ***простые*** и ***сложные***, а сложных – на ***компактные*** и ***распределенные***. Например, фигурная скобка, используемая для записи систем алгебраических уравнений или неравенств, является простым знаком. Простые знаки, как очевидно, всегда компактны. В отличие от этого, парные скобки являются сложными распределенными знаками.

В соответствии со смыслом и использованием скобок, можно выделить их «***зону действия***», или «***направленность***». Обычно (но не всегда), для левых скобок зона действия – справа, для правых – слева, для нижних – сверху и, соответственно, для верхних – снизу. Парные скобки как раз и маркируют начало и конец зоны своего действия (помимо других обычно одновременно с этим присутствующих значений). Вторая граница зоны действия одинарной скобки маркируется по-разному и зависит от типа скобки и ее значения: это может быть пробел, тот или иной знак пунктуации, конец предложения, конец строки, конец абзаца или даже группы абзацев. То, что записано в зоне действия скобки (или пары скобок), будем называть ***подскобочным выражением***.

Все приведенные в таблице 1 значки являются ***строчными*** знаками, т.е. пишутся в основном пространстве строки, как обычные буквы. Но помимо строчных, скобки бывают и других видов, назовем их ***нестрочными***. К нестрочным знакам относятся упоминавшиеся выше фигурные скобки, используемые для записи систем алгебраических уравнений или неравенств. Поскольку зона действия таких скобок распространяется на несколько строк, то будем называть их межстрочными. Вообще, будем называть ***межстрочными*** знаки, соединяющие между собой несколько строк в единую конструкцию.

Межстрочные фигурные скобки обычно выражают различные оттенки собирательности и указывают, что нечто, записанное с внешней стороны скобки (назовем это ***основной строкой***), имеет отношение ко всему, что расположено в подскобочной зоне. Одно из собирательных значений фигурных скобок можно назвать собирательно-дистрибутивным. Оно встречается в европейских книгах уже в сер. XVI в. Наиболее ранние известные автору примеры использования фигурных скобок вообще (и в собирательно-дистрибутивном смысле в частности) относятся к *Немецкой арифметике* (1545 г.) Михаэля Штифеля [13, f. tit., 54 об.]. Например, оглавление, помещенное на титуле этого издания, имеет вид:

$$\text{Die}\left\{\begin{array}{l}\text{Haussrechnung.}\\ \text{Deutsche Coss.}\\ \text{Kirchrechnung.}\end{array}\right.$$

т. е. вместо скобки можно было бы повторить артикль «die» в начале каждой строки оглавления. Другой ранний пример использования межстрочных фигурных скобок – изданные Иоганном Шойбелем в 1550 г. *Начала* Евклида (во введении Шойбеля [12, p. 1–76; 11, p. 149] и в латинском тексте самих *Начал*, например, [12, p. 81–82]). В [12, p. 50] с помощью фигурных скобок даже построена сложная разветвленная таблица.

Вообще, межстрочные фигурные скобки используются обычно как единичные знаки, но их зеркально-симметричные вертикальные варианты могут объединяться в псевдопарные конструкции. Приведу пример, иллюстрирующий обычную для XVI в. практику использования фигурных скобок (в собирательно-дистрибутивном смысле). Так, начало таблицы возведения в квадрат в стиле XVI в. имело бы вид:

$$\left.\begin{array}{c}1\\2\\3\end{array}\right\}\text{ умножить на }\left\{\begin{array}{c}1\\2\\3\end{array}\right\}\text{ равно }\left\{\begin{array}{c}1\\4\\9\end{array}\right.$$

Видимо, именно объединение многострочных записей и вписывание их в основную строку – базовая функция межстрочных фигурных скобок, как они использовались с XVI в. в письменной речи, а какого типа собирательность при этом подразумевается – определялось уже ситуативно (как и в случае с большинством знаков пунктуации). Современный пример сложной конструкции (псевдотаблицы) с использованием межстрочных фигурных скобок можно найти в [4, с. 178]. Но очевидно, что в этом примере фигурные скобки уже трактуются и используются как парные.

В настоящее время и другие виды межстрочных вертикальных скобок используются для инкорпорирования в основную строчку некоторой многострочной записи. Так, парные круглые (реже – квадратные, еще реже – фигурные) скобки используются для вписывания в строку многоэтажных дробей (например, [4, с. 87–112, 113, 115 и др.]). При этом, сами внешние скобки, видимо, должны трактоваться как знаки агрегации (хотя содержательно – обозначение агрегации в этих случаях нужно не всегда).

Вписывать многострочные конструкции в строку позволяет и практика обозначения матриц [4, с. 157 и др.]. Обычно матрица обозначается при помощи круглых, квадратных или двойных прямых скобок, а ее определитель – при помощи одинарных прямых [4, с. 157]. В обобщенном виде матрица может обозначаться и строчными скобками: круглыми или двойными прямыми, – а определитель, соответственно, – одинарными прямыми [4, с. 157].

К другому типу межстрочных скобок относятся горизонтальные фигурные скобки, которые также обычно служат для отнесения комментария, расположенного в одной строке, к некоторым выражениям, перечисленным в другой (в подскобочной зоне), например, как в [4, с. 156, 159].

Второй тип нестрочных знаков можно назвать ***квазистрочными*** знаками. Они также находятся вне основной строки, но сопутствуют ей сверху или снизу, относятся к ней, следуют ее структуре, как-то модифицируют ее. Примерами квазистрочных знаков будут подчеркивание и надчеркивание, часто использовавшиеся в качестве знаков агрегации с конца XV по начало XVIII вв. [11, с. 385–389]. В качестве квазистрочных, видимо, нужно трактовать и горизонтальные фигурные скобки, если они не имеют внешней, комментаторской строки.

Помимо единичных и парных скобок существует еще один способ использования скобочных знаков – в обозначениях числовых интервалов. Он, как и скопления единичных скобок, может создавать выражения, похожие на случаи использования парных скобок. В общем случае, выражение, обозначающее интервал, имеет вид «$\xi_1 x, y \xi_2$». В одной из двух распространенных систем нотации $\xi_1 \in \{\ [, (\ \}$ и $\xi_2 \in \{\ ],)\ \}$. Начало и конец интервала обозначаются открывающей и закрывающей скобками, закрытость интервала (с начала или с конца) – соответствующей квадратной скобки, открытость – круглой. Т.е. здесь мы на уровне парадигматики (в смысле оппозиции парадигматика / синтагматика) имеем систему из четырех скобок, а на уровне синтагматики – выборку двух из них. В отличие от этого парные скобки являются парными на обоих уровнях. Соответственно, выражение вида «$(x;\ y)$» имеет разную базовую смысловую, семиотическую структуру в зависимости от понимания его как упорядоченной пары чисел x и y (парные скобки) или как открытого числового интервала. В другой распространенной системе нотации $\xi_1, \xi_2 \in \{\ [,]\ \}$. Начало и конец интервала при этом обозначаются не формой, а позицией, в которую помещена скобка, а их закрытость или открытость – тем, какая скобка помещена в данную позицию. Иначе говоря, здесь мы имеем дело с так называемой контекстно-зависимой системой нотации.

Более детальный анализ этих скобочных систем нуждается в значительно большем месте, поэтому ограничимся этими схематичными замечаниями.

3. Функции и значения основных видов скобок

В таблице приведены виды скобок, их названия, основные значения или функции, а также некоторые данные об их введении и использовании в математике. Нематематическое использование скобок в таблице не отражено (за исключением нестрочных фигурных скобок, которые сегодня более связываются с математикой, чем с оформлением обычной письменной речи). В квадратных скобках в левой колонке помечены группы синонимии, описываемые в следующем параграфе.

Таблица 2.

№	Основные виды значений и функций скобок	Появление и использование скобок, комментарии
1.a.	**Строчные парные круглые скобки**	
(1)	агрегация	Наиболее ранние известные издания – Тартальи (1556) и Хр. Клавия (1609)
(2)	применение функций и предикатов к аргументам	
	бесконечное повторение некоторого сочетания цифр	Так называемый период, используется для записи бесконечных десятичных дробей
(5)	упорядоченное множество (кортеж)	
	квантор всеобщности	Обозн. применялось Пеано, Расселом, Гильбертом
(3)	матрица (краткая запись)	
1.b.	**Строчные непарные круглые скобки**	
	открытый с начала и/или конца числовой интервал	Порождаемые ими конструкциями не являются парными скобками, но иногда совпадают с ними по виду
1.c.	**Межстрочные парные круглые скобки**	
	«оболочка» многоэтажной дроби, используемая для вписывания ее в строку	
(3)	матрица (полная запись)	
2.a.	**Строчные парные квадратные скобки**	
(1)	агрегация	
(2)	применение функций и предикатов к аргументам	
	целая часть действительного числа, антье	Обозн. ввел К. Гаусс (1808) [1, с. 352]
(3)	матрица (краткая запись)	
2.b.	**Строчные непарные квадратные скобки**	
	числовой интервал	Порождаемые ими конструкциями не являются парными скобками, но иногда совпадают с ними по виду
2.c.	**Межстрочные парные квадратные скобки**	
(3)	матрица (полная запись)	
(7)	собирательно-дизъюнктивная функция	Пример: [4, с. 234]
3.	**Строчные парные угловые скобки**	
(5)	упорядоченное множество (кортеж)	
4.a.	**Строчные парные фигурные скобки**	
(1)	агрегация	Примеры: [4, с. 205, 235, 346 и др.]
	дробная часть действительного числа	
	множество	В некоторых случаях в логике (при записи некоторых логических отношений) фактически означает конъюнкцию формул-элементов
	семейство множеств или ряд объектов (чисел, многочленов и т.д.), порождаемых некоторым правилом	
4.b.	**Межстрочные парные фигурные скобки**	

№	Основные виды значений и функций скобок	Появление и использование скобок, комментарии
	собирательно-дистрибутивная функция	Пример: [4, с. 178]
4.c.	**Межстрочные единичные фигурные скобки**	
(7)	различные виды собирательности, в частности: • собирательно-интегративный, • собирательно-дистрибутивный, • собирательно-дизъюнктивный.	Могут быть четырех видов: правая, левая, нижняя и верхняя Некоторые случаи использования скобок в этом смысле в [14] путают с обозначением агрегации Например, в [13, f. tit.], а также примеры, приведенные в предыдущем параграфе. Правый вар. скобок – в [1, с. 352] Примеры: [4, с. 94–96, 99–100, 102–105, 107, 111, 217, 302, 328, 329, 332, 457 и др.]
(1)	агрегация	По мнению многих историков математики, вертикальные фигурные скобки в некоторых местах [14] обозначают агрегацию. На мой взгляд, это ошибочное утверждение: общая практика использования фигурных скобок в [14] вполне традиционна, что предлагает и их собирательно-интегративное использование, например, если некоторое выражение пишется в несколько строк (именно таковы все случаи якобы обозначения агрегации фигурной скобкой: [14: Variorum, f. 29 об., 30; 14: Zetetica, f. 2, 2 об., 3, и др.] (pag. var.)) и есть необходимость указать на его единство. Агрегация при этом обозначается вторичным образом: в силу синтаксической структуры получающейся конструкции. Поэтому приписывать фигурной скобке в этих случаях еще одно, причем принципиально новое, значение кажется излишним и не обоснованным.
	конъюнкция	Обычно, левая скобка
5.a.	**Строчные парные одинарные прямые скобки**	
	модуль, или абсолютная величина, действительного числа	Обозн. ввел К. Вейерштрасс (1841) [1, с. 352]
	мощность, или кардинальное число, множества	
(6)	значение выражения в логической семантике (чаще – истинностное значение)	Применялось, например, в [5], [2], [3]
(4)	Определитель матрицы (краткая запись)	
5.b.	**Межстрочные парные одинарные прямые скобки**	
(4)	Определитель матрицы (полная запись)	
6.a.	**Строчные парные двойные прямые скобки**	
	норма	Обозн. ввел Э. Шмидт (1908) [1, с. 352]
(6)	значение выражения в логической семантике (аналог одинарных прямых скобок)	В логической семантике иногда используется как аналог одинарных прямых скобок для передачи обозначения некоторой интерпретирующей функции. Например, в [5]
(3)	матрица (краткая запись)	

№	Основные виды значений и функций скобок	Появление и использование скобок, комментарии
6.b.	**Межстрочные парные двойные прямые скобки**	
(3)	матрица (полная запись)	

4. Синонимия, омонимия, полисемия

Понятия синонимии, омонимии, полисемии понимаются здесь достаточно традиционно, например, как (применительно к речи) в соответствующих статьях Лингвистического энциклопедического словаря [7]. Адаптации этих понятий к анализу математических обозначений посвящены статьи автора [8; 9]. В общем виде эти понятия описываются в действующем библиографическом ГОСТе 7.0-99 [6, с. 2], но с явной логической ошибкой: синонимия и омонимия характеризуются в нем как свойства, а не отношения.

Начнем с рассмотрения вопросов синонимии. В лингвистике синонимия (как и омонимия и полисемия) относится к лексическому уровню: является отношением между лексическими единицами (словами и некоторыми аналогичными им видами устойчивых словосочетаний). То есть, синонимия (омонимия, полисемия и т.п.) относится в парадигматическому уровню (в смысле оппозиции парадигматики / синтагматика). Соответственно, распространяя это понятие на область математической символики, мы должны относить его, в первую очередь, к элементарным знакам (в оговоренном выше понимании слова «знак») – «словам» символьного математического языка. И только вторично, поскольку это иногда удобно и эвристично, к более сложным математическим выражениям.

В таблице 2 представлено несколько групп синонимичных обозначений: обозначения агрегации (1), обозначения применения функций и предикатов к аргументам (2), краткие и полные обозначения матриц (3), краткие и полные обозначения определителей матриц (4), обозначения кортежей (5), обозначения функции приписывания значений (6), собирательно-дизъюнктивная связка (7). Помимо этого, существуют еще синонимичные обозначения числовых интервалов.

Случаи многозначности и/или омонимии скобок фиксируются подразделениями таблицы 2 (за исключением подраздела 4.c межстрочных единичных фигурных скобок, который объединяет разные графические случаи). Проблему здесь составляет разделение случаев полисемии и омонимии, поскольку такое разделение до некоторой степени условно. В [8] и [9] я исходил из понимания (назовем его **критерий 1**), что о полисемии знака мы можем говорить только, если между разными его значениями можем проследить некоторую связь, преемственность, а в противном случае – должны говорить об омонимии. Аналогично это трактуется и в [6, с. 2]: полисемия – «наличие разных, но в какой-либо мере связанных интерпретаций одного и того же знака», тогда как при омонимии знаки «имеют одну и ту же материальную форму, но независимые значения». Исходя из критерия 1, я в [8; 9] трактовал разные значения скобок «| |» (модуль действительного числа, мощность множества, значение формулы в формальной логической семантике) как омонимию.

Но то, что мы говорим о разных значениях определенного знака, уже подразумевает полисемию, поскольку в противном случае мы говорили бы о значениях разных (хоть и графически похожих) знаков. Понимание разных значений как значений одного знака будем называть **критерием 2**. В случае математических символов такое единое понимание закрепляется в одинаковом наименовании знака при его разных значениях. Соответственно, поскольку модуль действительного числа, мощность множества, значение формулы в формальной логической семантике и некоторые другие математические функции понимаются как разные значения одного и того же скобочного знака «| |», то мы должны признать здесь случай полисемии, а не омонимии. Здесь возникает некоторое противоречие и неопределенность, требующие дальнейших исследований. Но некоторую определенность критерий 2 все же вносит: мы имеем разные знаки, если можем показать различия, имеющиеся на уровне знаковых форм, передающих разные значения.

Таким образом, в соответствии с критерием 2, в таблице 2 строки разделов 1.a, 1.c, 2.a, 2.c, 4.a, 5.a, 6.a задают разные значения соответствующих, обозначенных в подзаголовках, скобочных знаков. Раздел 4.c объединяет разные случаи межстрочных единичных фигурных скобок (например, все варианты значений, описанных в этом разделе, возможны как для левых, так и для правых скобок).

Выше рассматривалось три распространенных типа знакового функционирования скобочных графем: единичные скобки, парные скобки и псевдопарные скобки, порождаемые двумя системами обозначения числовых интервалов. Соответственно, функционирование одной и той же графемы в качестве единичной или же в качестве одной из парных скобок должно (с большой долей уверенности) считаться омонимией. Аналогично, омонимией должно считаться функционирование графем в качестве парных или же – псевдопарных скобок. Например, скобки (…) в обозначениях упорядоченной пары (x, y) и в открытом с начала и с конца числовом интервале $(x; y)$, скобка «(» в той же паре (x, y) и в открытых с начала интервалах $(x; y)$ и $(x; y]$, и т. д.

Также, омонимией следует считать использование значков «<» и «>» как скобок в конструкции «< >» и как знаков меньше и больше. Аналогично, фигурирование значков «/» и «|» как строчных парных скобок и в других конструкциях (например, в синонимичных обозначениях множеств $\{x\ /\ F(x)\}$ и $\{x \mid F(x)\}$).

В целом, думаю, что вопрос о полисемии / омонимии математических знаков нуждается в дальнейшей проработке и исследованиях.

5. Заключение

Исследования, представленные в данной статье, далеко не исчерпывают собой поднятой темы. Помимо исторического аспекта появления и применения скобок в математике, выше уже упоминалась необходимость более детального логико-семиотического исследования систем обозначения числовых интервалов. Также не до конца изучены функции, спектр значений и даже синтаксический статус межстрочных фигурных скобок.

В статье рассматривалась полисемия и омонимия только на парадигматическом уровне, тогда как способ синтагматической реализации часто (но не всегда) снимает многозначность. Иногда же, как показывают примеры псевдопарных скобок, наоборот, омонимия (полисемия) возникает именно на синтагматическом уровне, но снимается при анализе парадигматики. Схожая задача – анализ скобочных конструкций, порождаемых парными скобками в синтагматических структурах (сложности здесь связаны с распределенностью парных скобок). Можно ли говорить об омонимии, полисемии, синонимии разных синтагматических реализаций парадигмально одних и тех же парных скобок?

Количество проблем и вопросов, связанных только с затронутыми темами, можно продолжить, а есть еще комплекс вопросов, связанных с системами обозначения агрегации (частично затронут в [10]), еще одна тема – способы обозначения приложения функции или предиката к аргументам, и т. д.

В свете всех этих замечаний, данная статья может рассматриваться как логико-семиотическое введение к поднятым и только лишь подразумевавшимся вопросам.

Литература[1]

1. *Башмакова И.Г., Колмогоров А.Н., Юшкевич А.П.* Математические знаки // Математический энциклопедический словарь / Гл. ред. Ю.В. Прохоров. М., 1995. С. 350–352.
2. *Бочаров В.А., Маркин В.И.* Основы логики. М., 1994.
3. *Бочаров В.А., Маркин В.И.* Введение в логику. М., 2008.
4. *Бронштейн И.Н., Семендяев К.А.* Справочник по математике для инженеров и учащихся ВТУЗов. М., 1986.
5. *Ивлев Ю.В.* Модальная логика. М., 1991.
6. ГОСТ 7.0-99. Информационно-библиотечная деятельность, библиография. Термины и определения. Минск, 1999. (Система стандартов по информ., библ. и изд. делу).
7. ЛЭС, Лингвистический энциклопедический словарь. М., 1990.
8. *Шиян Т.А.* Семиотический анализ математической символики: синонимия, полисемия, омонимия, антонимия, конверсия // Гуманитарное измерение меняющегося мира. М., 2008. С. 219–139.
9. *Шиян Т.А.* Семиотический анализ логико-математической символики (О синонимии, полисемии, омонимии, антонимии, конверсии) // Электронный философский журнал Vox. Вып. 9 (декабрь 2010). http://vox-journal.org/html/issues/vox9/134 (посл. обр.: май 2011).
10. *Шиян Т.А.* Агрегация и скобки в математике Нового Времени: введение в логико-семиотический анализ // Δόξα / Докса. Збірник наукових праць з філософії та філології. Вип. 16. Герменевтика тексту і герменевтика долі. Одеса. В печати.
11. *Cajori F.* A History of Mathematical Notations. Vol. I. Chicago, 1928.
12. *Scheubel Joh.* [предисловие и подготовка текста]: Euclidis Megarensis. Philosophi et Mathematici excellentissimi, sex libri priores de Geometricis principijs. Graeci et Latini. Basileae, 1550. [BSB+]
13. *Stifel M.* Deutsche Arithmetica. Nürnberg, 1545. [BSB]
14. *Viète F.* Variorum de rebus mathematicis responsorum liber VIII. Turoni, 1593. Pag. var. [BSB+]

[1] Мной использовались электронные фотокопии книг XVI в. из собрания Bayerischen Staatsbibliothek. Отметкой [BSB] помечены книги, копии которых доступны с сайта http://www.digitale-sammlungen.de; [BSB+] – через электронный каталог OPAC PLUS: http://opacplus.bsb-muenchen.de.