# Соотношение формальных силлогистик в языке с предикаторами a, e, i[1,2]

*Шиян Т.А*. Соотношение формальных силлогистик в языке с предикаторами a, e, i // Современная логика: проблемы теории, истории и применения в науке: Материалы VIII Общероссийской научной конференции. 24-26 июня 2004. СПб.: Изд-во СПбГУ, 2004.
Сохранено с сайта: http://taras-shiyan.narod.ru.
E-mail: taras_a_shiyan@mail.ru.

В выступлении планируется рассмотреть вопрос, поставленный автором в [5], о соотношении по множеству теорем силлогистик, сформулированных в чистом позитивном языке с «силлогистическими связками» a, e, i (язык $SL_{a,e,i}$). Нас интересуют аналоги 9 формальных теорий: реконструкция аристотелевской силлогистики Я. Лукасевича (С4) [2], реконструированные В. И. Маркиным [2] фрагменты фундаментальной (ФС), больцановской (БС) и кэрролловской (КС) силлогистик, построенные В.А. Смирновым реконструкция фрагмента силлогистики Аристотеля (С2) [2, 3] и ее аналог васильевского типа (C2V) [1, 3], построенные Т.П. Костюк [1] аналоги васильевского типа ФВ, БВ и С4В «классических» теорий ФС, БС и С4. Данные формальные теории входят в два класса дефинициальной эквивалентности: С2, ФС, КС, БС, C2V, ФВ, БВ – в CS, и С4, С4В – в TS.

Формальная теория понимается как множество формул, замкнутое относительно выводимости. В нашем случае это замыкание относительно классической выводимости и операции подстановки терминов. Формальный язык отождествляется с множеством его правильно построенных формул (ППФ).

Для «классических» теорий мы берем их точные фрагменты в $SL_{a,e,i}$: Car = (С2$\cap SL_{a,e,i}$) = (КС$\cap SL_{a,e,i}$), Fc = (ФС$\cap SL_{a,e,i}$), Bc =

---

[1] Работа частично выполнена при поддержке РГНФ, грант №03-03-12003в.

($БС\cap SL_{a,e,i}$) и C4c = ($C4\cap SL_{a,e,i}$). Для теорий васильевского типа C2V, ФВ, БВ и С4В в качестве связки «Некоторые и только некоторые … есть …» вместо буквы t используем i. Получившиеся таким образом теории обозначим C2v, Fv, Bv и C4v. По построению этих теорий понятно, что Car, Fc, Bc, C2v, Fv, Bv входят в класс дефинициальной эквивалентности CS, а C4c, C4v – в TS. Теории Car и C2v, Fc и Fv, Bc и Bv, C4c и C4v буду называть дуальными.

Ниже в таблице (таблица 1) указано, какие аксиомы надо взять для получения теории. Знак “+” в таблице означает, что формула данной строки является аксиомой указанной в столбце системы; “$\vdash$” – что формула не является аксиомой, но доказуема в данной системе; “–” – что формула не является теоремой.

| | **Car** | **Fc** | **Bc** | **C4c** | **C2v** | **Fv** | **Bv** | **C4v** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $(SaM \wedge MaP) \supset SaP$ | + | + | + | + | + | + | + | + |
| $(SaM \wedge MeP) \supset SeP$ | + | + | + | + | + | + | + | + |
| $SeS \supset SeP$ | $\vdash$ | $\vdash$ | $\vdash$ | $\vdash$ | + | + | $\vdash$ | + |
| $SeS \supset SaP$ | – | + | $\vdash$ | + | – | + | $\vdash$ | $\vdash$ |
| $SeP \supset PeS$ | $\vdash$ | $\vdash$ | – | $\vdash$ | + | + | – | + |
| $SeS \vee SaS$ | $\vdash$ | $\vdash$ | – | $\vdash$ | + | $\vdash$ | – | + |
| $SaS$ | – | + | – | $\vdash$ | – | + | – | $\vdash$ |
| $\neg SeS$ | – | – | $\vdash$ | $\vdash$ | – | – | $\vdash$ | + |
| $SaP \supset \neg SeP$ | $\vdash$ | – | $\vdash$ | $\vdash$ | + | – | + | + |
| $SeP \supset \neg SiP$ | $\vdash$ | $\vdash$ | $\vdash$ | $\vdash$ | + | + | + | + |
| $SiS \supset SaS$ | + | $\vdash$ | + | + | $\vdash$ | $\vdash$ | $\vdash$ | $\vdash$ |
| $(SaP \vee SiP) \supset SaS$ | $\vdash$ | $\vdash$ | $\vdash$ | $\vdash$ | $\vdash$ | $\vdash$ | + | $\vdash$ |
| $SaS \supset (SaP \vee SeP \vee SiP)$ | $\vdash$ | $\vdash$ | $\vdash$ | $\vdash$ | $\vdash$ | $\vdash$ | + | $\vdash$ |
| $SaP \vee SeP \vee SiP$ | $\vdash$ | $\vdash$ | – | $\vdash$ | + | + | – | + |
| $(SaP \vee SiP) \supset (PaS \vee PiS)$ | $\vdash$ | – | $\vdash$ | $\vdash$ | $\vdash$ | – | + | $\vdash$ |
| $SaP \supset \neg SiP$ | – | – | – | – | + | + | + | + |
| $SiP \supset SiS$ | + | + | + | $\vdash$ | – | – | – | – |
| $SiP \supset PiS$ | + | + | + | + | – | – | – | – |
| $SaP \supset SiP$ | + | – | + | + | – | – | – | – |
| $SeP \equiv \neg SiP$ | + | + | – | + | – | – | – | – |
| $SeP \equiv \neg SiP \wedge SiS$ | – | – | + | $\vdash$ | – | – | – | – |

В таблице все аксиомы разбиты на четыре группы. Первая группа – формулы не содержащие предикатора «i». Пусть $SL_{a,e}$ – множество всех ППФ языка $SL_{a,e,i}$, не содержащих предикатора «i». Поскольку классические и васильевские теории различаются только пониманием предикатора «i», то на множестве $SL_{a,e}$ дуальные теории дедуктивно эквивалентны. Вторая группа – формулы, содержащие предикатор «i», которые либо одновременно доказуемы, либо недоказуемы в обоих дуальных теориях. Третья группа – формулы, содержащие предикатор «i», которые доказуемы в теории е.т.е. они не доказуемы в дуальной теории. Четвертая группа – все остальные формулы, содержащие предикатор «i».

Операция объединения теорий + определяется как результат дедуктивного замыкания обычного теоретико-множественного объединения теорий. На восьми рассматриваемых теориях так определенная операция объединения дает следующие результаты (таблица 2):

| + | **Fc** | **Car** | **Bc** | **C4c** | **Fv** | **C2v** | **Bv** | **C4v** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Fc** | Fc | C4c | C4c | C4c | **Fcv** | $\perp$ | $\perp$ | $\perp$ |
| **Car** | C4c | Car | C4c | C4c | $\perp$ | **C2cv** | $\perp$ | $\perp$ |
| **Bc** | C4c | C4c | Bc | C4c | $\perp$ | $\perp$ | **Bcv** | $\perp$ |
| **C4c** | C4c | C4c | C4c | C4c | $\perp$ | $\perp$ | $\perp$ | $\perp$ |
| **Fv** | **Fcv** | $\perp$ | $\perp$ | $\perp$ | Fv | C4v | C4v | C4v |
| **C2v** | $\perp$ | **C2cv** | $\perp$ | $\perp$ | C4v | C2v | C4v | C4v |
| **Bv** | $\perp$ | $\perp$ | **Bcv** | $\perp$ | C4v | C4v | Bv | C4v |
| **C4v** | $\perp$ | $\perp$ | $\perp$ | $\perp$ | C4v | C4v | C4v | C4v |

В таблице 2 $\perp$ – противоречивая теория в языке $SL_{a,e,i}$, совпадает с множеством всех ППФ $SL_{a,e,i}$. Fcv, C2cv и Bcv – синтаксически полные теории, определяемые следующими аксиомами (таблица 3):

| Fcv | C2cv | Bcv | $C_{(1)}v$ | $C_{(1)}c$ |
|---|---|---|---|---|
| SaP | $\neg$SaP | $\neg$SaP | SaP | SaP |
| SeP | SeP | $\neg$SeP | $\neg$SeP | $\neg$SeP |
| $\neg$SiP | $\neg$SiP | $\neg$SiP | $\neg$SiP | SiP |

Из таблицы 1 видно, что Fcv = Fc + (SaP $\supset$ $\neg$SiP), C2cv = Car + (SaP $\supset$ $\neg$SiP), Bcv = Bc + (SaP $\supset$ $\neg$SiP). В семантиках всех трех теорий Fc, Car и Bc (стандартные семантики для ФС, С2 и БС) высказывание SiP интерпретируется одинаковым образом: $|SiP|=1 \Leftrightarrow \varphi(S)\cap\varphi(P)\neq\varnothing$. Если предметная область пуста или функция $\varphi$ ограничена и приписывает всякому терму только пустое множество, то высказывание ($\neg$SiP) будет тождественно истинным и, следовательно, тождественно истинной будет формула (SaP $\supset$ $\neg$SiP). Отсюда полагаем, что теориям Fcv, C2cv и Bcv адекватны семантики для Fc, Car и Bc, соответственно, но с дополнительным семантическим условием: $U=\varnothing$ или $\forall S(\varphi(S)=\varnothing)$.

Теории C4c и C4v не расширяются до C2cv, Fcv, или Bcv. Это вполне понятно, т.к. C4c и C4v требуют непустоты всех термов языка. C4c расширяется до $C_{(1)}c$, которая является точным фрагментом в языке $SL_{a,e,i}$ теории $C_{(1)}$ [4]. Аналогично, C4v расширяется до $C_{(1)}v$. Как было показано в [4], $C_{(1)}$ адекватна семантике для C4 с дополнительным требованием одноэлементности предметной области (#U=1) или с условием $\forall S\forall P(\varphi(S)=\varphi(P))$. Предположительно, $C_{(1)}v$ требует тех же ограничений на семантику для C4v, как $C_{(1)}c$ – на семантику для C4c.

3D-граф на языке VRML, описывающий соотношение рассматриваемых здесь теорий, можно найти в Интернете по адресу: http://theo.ru (в оглавлении сайта раскрыть раздел «Формальные силлогистики» и выбрать пункт «Силлогистики в кэрролловском языке (LSa,e,i)»).

**Литература**


1. *Костюк Т.П.* Позитивные силлогистики Васильевского типа // Логические исследования. Вып. 6. М.: Наука, 1999. С. 259-267.

2. *Маркин В.И.* Силлогистические теории в современной логике. М., 1991.

3. *Смирнов В.А.* Дефинициальная эквивалентность систем силлогистики // Труды научно-исследовательского семинара логического центра Института философии РАН 1993. М., 1994.

4. *Шиян Т.А.* Множество формальных силлогистик с простыми «общими» термами (структурное описание и количественный анализ) // www.logic.ru, Электронный журнал Logical Studies, №8 (2002).

5. *Шиян Т.А.* Формально-историческое исследование нескольких групп формальных силлогистик // www.logic.ru, Электронный журнал Logical Studies, №10 (2003) // Логика и В.Е.К. М., 2003.